

Языки, автоматы и регулярные выражения. Задачи (программирование).

Александр Чуклин

Февраль 2010

Для получения зачёта по курсу нужно сдать по одной задаче из каждого списка теоретических задач (Задачи-1, Задачи-2) ЛИБО реализовать один из следующих алгоритмов (формат входа и выхода выберете сами):

Алгоритм 1. Алгоритм построения детерминированного конечного автомата по недетерминированному конечному автомату.

Алгоритм 2. Алгоритм построения детерминированного конечного автомата по регулярному выражению.

Алгоритм 3. Алгоритм построения регулярного выражения по детерминированному конечному автомату.

Языки, автоматы и регулярные выражения. Задачи (теория).

Александр Чуклин

Февраль 2010

Задачи-1

1. Определим язык $L \subseteq \{a, b\}^*$ индуктивными правилами:

- (1) $\varepsilon \in L$;
- (2) вместе с любым словом $x \in L$ в L также входят слова $ba x, ba a x, bba x, bba a x$;
- (3) никаких других слов в L нет.

В язык $T \subseteq \{a, b\}^*$ входит пустое слово ε и ВСЕ начинающиеся с b и заканчивающиеся a слова, в которых нет подслов “ aaa ” или “ bbb ” (в словах нет трех одинаковых символов подряд). Используя индукцию, докажите: (i) $L \subseteq T$; (ii) $T \subseteq L$ (т.е. $L = T$).

2.

- (i). $|\{a, aab, aba\} \times \{a, b\}| = ?$
- (ii). $|\{a, aab, aba\} \cdot \{a, b\}| = ?$
- (iii). $\{a^n | n > 0\} \cdot \{b^n | n \geq 0\} = ?$ (запись w^n обозначает слово $\underbrace{ww \dots w}_{n \text{ раз}}$)
- (iv). $\{a^{3n} | n > 0\} \cap \{a^{5n} | n \geq 0\} = ?$
- (v). $\emptyset \cap \{\varepsilon\} = ?$

3. Опишите язык, обозначаемый регулярным выражением $\alpha = (1111 + 0)(1 + 0)^* + 1(11 + 1 + \varepsilon)0(1^*0^*)^* + (1 + \varepsilon)((1 + 0)\emptyset)^*$ (ε — пустое слово, $\emptyset$ — пустое множество).

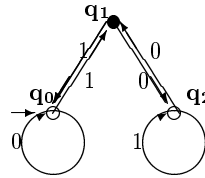
4* (ПРИЗОВАЯ ЗАДАЧА).¹ Дан регулярный язык X . Является ли регулярным язык в том же алфавите Y , состоящий из всех таких слов, что $XY = YX$ (максимальный язык, коммутирующий с X)?

5. Будут ли регулярны следующие языки в алфавите $\{a\}$. Если да, то запишите соответствующие выражения, если нет, то объясните почему.

1. $L_1 = \{a^{3n+5} | n \in \mathbb{Z}_+\} \cup \{a^{5n+4} | n \in \mathbb{Z}_+\}$
2. $L_2 = \{a^{3n+5} | n \in \mathbb{Z}_+\} \cap \{a^{5n+4} | n \in \mathbb{Z}_+\}$
3. $L_3 = \{a^{3n+5} | n \in \mathbb{Z}_+, n \not\equiv 5 \pmod{11}\}$

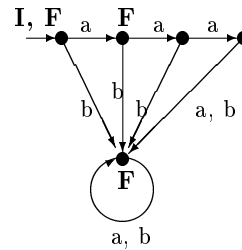
Задачи-2

1. КА $\mathcal{A}$ задан диаграммой (финальное состояние обозначено черным кругом):



- (i) Является ли $\mathcal{A}$ детерминированным?
- (ii) Опишите последовательность конфигураций $\mathcal{A}$ при обработке слова $w = 001011$. Верно ли, что $w \in L(\mathcal{A})$?

2. Опишите язык, принимаемый конечным автоматом $\mathcal{A}$ (**I** - начальное состояние; **F** - финальное состояние).



3. Покажите, что язык $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* | a^k b^{2^i}, k, i \geq 0\} \cup \{b^i, i = 0, 1, \dots\}$ удовлетворяет условиям сильной ЛР. Является ли он регулярным (см. задачу 5)?

4. Какие из следующих множеств регулярны?

- (a) $\{w \in \Sigma^* | |w|_0 \neq |w|_1\}$.
- (b) Множество всех слов в однобуквенном алфавите $\{1\}$, длины которых делятся на 17, но не делятся на 25.
- (c) Язык $\{a^{n^2}, n = 0, 1, \dots\}$ в однобуквенном алфавите $\{a\}$.

5. Используя свойства замкнутости регулярных языков или пересечение с подходящим регулярным языком, покажите НЕрегулярность следующих языков:

- (i) $\{ww^R | w \in \{a, b\}^*\}$;
- (ii) $\{w \in \{a, b\}^* | a^k b^{2^i}, k, i \geq 0\} \cup \{b^i, i = 0, 1, \dots\}$

¹Решивший эту задачу может рассчитывать на поощрение в виде специального приза :)