

# Задачи по курсу "Задача достижимости в полигональных гибридных системах"

1. Чарли Браун выгуливает свою собаку Снупи каждый день по одному и тому же алгоритму:

- Они выходят из дома рядом друг с другом и начинают свой путь;
- Поскольку Чарли ( $CH$ ) занят мыслями о важных вещах (о своей рыжеволосой соседке), он идёт с постоянной скоростью  $v_c$ ;
- Снупи ( $SN$ ) не так сильно занят мыслями, поэтому его скорость меняется между  $-v_s$  и  $v_s$ , причём выполнено неравенство  $0 < v_c < v_s$ ;
- Поводок Снупи имеет длину два метра, и когда расстояние между Чарли и Снупи становится равным длине поводка, Чарли ждёт, пока Снупи поравняется с ним, и тогда они продолжают свой путь.

Напишите линейный гибридный автомат, который моделирует положения  $CH$  и  $SN$ .

2. Рассмотрим лифт, который ездит между двумя этажами. Поведение лифта должно быть таким:

- Лифт может остановиться либо на первом, либо на втором этаже;
- Когда лифт приезжает на этаж, его двери открываются автоматически, причём это занимает от двух до пяти секунд;
- Когда двери открыты, пассажиры могут входить. Будем считать, что все пассажиры на этаже могут поместиться в кабине лифта;
- Дверь закрывается спустя четыре секунды после того, как вошёл последний пассажир;
- После закрытия дверей лифт ждёт по крайней мере две секунды, после чего отправляется.

Предложите временной автомат (timed automata), который моделирует поведение лифта, и покажите по крайней мере две разных траектории, начинающейся из состояния "первый этаж, двери открыты".

3. Двое философов сидят за столом и едят японскую еду с помощью палочек. К сожалению, так оказалось, что палочек всего две, а для того, чтобы ими есть, необходимы обе. Однако, философы за едой любят подумать о вечном, так что в каждый момент времени каждый из них либо ест, либо думает. Думать с палочками у них не получается, думать во время голода тоже невозможно. К счастью, философы могут преодолевать свой голод любое конечное количество времени. Когда философ сыт, он откладывает палочки и думает о вечном дальше, пока снова не проголодается. Все действия происходят атомарно.

Предложите такую модель поведения философов, в которой не случается так называемых дедлоков (dead-lock), при которых голодный философ не может поесть бесконечно долго. Выразите эту модель в виде конечного автомата с состояниями философа, на стрелках укажите действия, которые он (или его сосед) делает при переходе из одного состояния в другое.

4. Опишите затухающие колебания прыгающего на плоскости мяча с помощью гибридного автомата. Изначально мяч находится в состоянии покоя над плоскостью на какой-либо высоте  $h$ .

5. Рассмотрим систему для полива растений, состоящую из двух бочек с водой и одного садового шланга. Из каждой бочки вода вытекает со своей скоростью  $v_1$  и  $v_2$ , из шланга вода течёт со скоростью  $w$ . В каждый момент времени шланг наполняет одну из бочек, и может быть переключён на другую. Изначально в бочках налито  $r_1$  и  $r_2$  литров воды. Опишите эту систему в виде гибридного автомата и исследуйте множество достижимых состояний этой системы в зависимости от данных параметров скорости и уровня воды.