

Комбинаторная геометрия: контрольная

Задача 1. (3 балла) Можно ли выбрать на плоскости множество V из двух точек и множество W из трех точек, так, чтобы каждая точка из V отстояла от каждой точки из W на расстояние 1? Ответ необходимо обосновать.

Задача 2. (5 баллов) Рассмотрим на плоскости множество всех точек, обе координаты которых рациональны. Чему равно наименьшее число цветов, в которые можно так покрасить эти точки, чтобы между точками одного цвета не было расстояния 1? Ответ необходимо обосновать.

Задача 3. (1 балл) Рассмотрим на плоскости множество всех точек, обе координаты которых рациональны. Чему равно наименьшее число цветов, в которые можно так покрасить эти точки, чтобы между точками одного цвета не было расстояния π ? Ответ необходимо обосновать.

Задача 4. (2 балла) Мы знаем, что у графа диаметров на плоскости число ребер не больше числа вершин. Может ли у графа диаметров в трехмерном пространстве быть n вершин и хотя бы $n + 2$ ребра? Ответ необходимо обосновать.

Задача 5. (2-4 балла) Найдите как можно лучшую верхнюю оценку хроматического числа пятимерного пространства. Балл зависит от величины оценки и аккуратности ее обоснования.

Задача 6. (4 балла) Дано произвольное n . Можно ли выбрать в пространстве размерности 4 множество V из n точек и множество W из n точек, так, чтобы каждая точка из V отстояла от каждой точки из W на расстояние 1? Ответ необходимо обосновать.