

# Комбинаторная геометрия: листок 1

1. Найдите расстояние между ближайшими одноцветными шестиугольниками в раскраске с вебинара, если длина диагонали каждого шестиугольника равна 0.99.
2. На вебинаре мы сперва показали, что хроматическое число плоскости не меньше трех. Для этого мы использовали равносторонний треугольник. А можно ли доказать, что хроматическое число не меньше трех, используя какую-нибудь конструкцию, не содержащую равносторонних треугольников?
3. На занятии мы покрасили плоскость квадратами в 9 цветов. А можно ли в той же раскраске использовать меньшее число цветов?
4. Можно ли раскрасить плоскость в 7 цветов, используя для этого не шестиугольники, а квадраты? При этом мы не требуем, чтобы квадраты примыкали друг к другу по целой стороне: возможна, например, и “кирпичная кладка”.
5. Будем снова красить прямую. Но потребуем, чтобы между точками одного цвета не было ни расстояния 1, ни расстояния 2. Чему тогда будет равно хроматическое число?
6. А что, если в предыдущей задаче заменить 1 и 2 на  $a$  и  $b$ ? Исследуйте возможные значения, которые в зависимости от этих  $a$  и  $b$  принимает хроматическое число.
7. Будем снова красить плоскость. Но потребуем, чтобы между точками одного цвета не было ни расстояния 1, ни расстояния 2. Докажите, что тогда хроматическое число не больше пятидесяти.
8. А может ли хроматическое число с какими-нибудь двумя запрещенными расстояниями быть больше 50?
9. Придумайте какие-нибудь два запрещенных расстояния, с которыми хроматическое число плоскости не меньше пяти. А может, и с шестью получится? Конкурс!